Полученные на основе комплексного подхода математические ожидания и корреляционные функции погрешностей измерений математических ожиданий, корреляционных функций и спектральных характеристик эргодического процесса позволяют адекватно, во взаимодействии между собой учесть влияние конечной длительности и погрешностей реализации, а также влияние дискретизации во времени для аналоговых и цифровых измерений.

Литература

1. Заико А.И. Характеристики эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2013)».–Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2013.– С. 50–53.

2. Заико А.И. Алгоритмы измерений распределений эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2014)».–Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2014.– С. 50–53.

3. Заико А.И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик // Вестник УГАТУ.–2012.–№ 6(51) .–С. 74–85.

4. Заико А.И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие.–М.: Изд-во МАИ, 2006.– 297 с.

5. Заико А.И. Комплексный подход к определению погрешностей / А.И. Заико // Датчики и системы (ИКА) .–2007.–№ 8 (99). – С. 52–59.

А.И. Заико

АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРЕНИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ЭРГОДИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

В работах [1, 2] приведены известные и даны новые определения характеристик эргодических случайных процессов. Реальные алгоритмы измерения отличаются от этих определений конечной длительностью $2T$ и погрешностью измерения реализации $x(t)$. Поэтому результатами измерений являются оценки этих характеристик $\langle \bullet \rangle$, неточность которых характеризуется математическими ожиданиями $m_{д\bullet}(\bullet)$ и ковариационными функциями $R_{д\bullet}(\bullet)$ их погрешностей. Они по-разному учитываются при аналоговых и цифровых измерениях. Так, при аналоговых измерениях погрешность $д(t) = \langle x(t) \rangle - x(t)$, где $\langle x(t) \rangle -$ получаемая в результате измерения оценка реализации $x(t)$ длительности $2T$. При цифровых измерениях длительность измерения дискретна $2nT_0$, где $T_0 -$ шаг равномерной дискретизации, а $2n -$ количество таких шагов. Погрешность цифровых измерений $д(t_i) = x_{il} - x(t_i)$, где $x_{il} -$ цифровой отсчет, $i -$ номер измерения $(i=-n,...,-1,0,1,...,n)$; $l-$уровень квантования $(l=1,2,...g,...,k,..q,...,r,...)$ [3].

В докладе приводятся алгоритмы аналоговых и цифровых измерений распределений и характеристических функций, получены математические ожидания и корреляционные функций погрешностей этих алгоритмов с применением комплексного подхода к их нахождению [3, 4].

Оценка одномерного распределения вероятности

$$\langle W_1[X]\rangle=\int_{-\infty}^{X}\langle w_1[Z]\rangle dZ=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}W_1\left[X\middle|\langle x(t)\rangle\right]dt=\frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}W_1\left[X\middle|t;x_{-nk},...,x_{nr}\right]dt,$$

математическое ожидание $m_{дW}(X)$ и корреляционная функция $R_{дW}(X_1,X_2)$ её погрешности:

$$m_{\delta W}(X)=\int_{-\infty}^{X}m_{дw}(Z)dZ=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left\{W_1\left[X\middle|\langle x(t)\rangle\right]-W_1[X]\right\}dt=\frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{W_1\left[X\middle|t;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-W_1[X]\right\}dt;$$

$$R_{дW}(X_1,X_2)=\int_{-\infty}^{X_1}\int_{-\infty}^{X_2}R_{дw}(Z_1,Z_2)dZ_1dZ_2=$$

$$=\frac{1}{4T^2}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T}\left\{W_2\left[X_1,X_2\middle|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_2)\rangle\right]-W_1\left[X_1\middle|\langle x(t_1)\rangle\right]W_1\left[X_2\middle|\langle x(t_2)\rangle\right]\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{4n^2T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-1}\sum_{u=-n}^{n-1}\int_{i=-n}^{n-1}\int_{u=-n}^{n-1}\left\{W_2\left[X_1,X_2\middle|t_1,t_2;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-\right.$$

$$\left.-W_1\left[X_1\middle|t_1;x_{-nk},...,x_{nr}\right]W_1\left[X_2\middle|t_2;x_{-nk},...,x_{nr}\right]\right\}dt,$$

где $W_1[X|\bullet]$ и $W_2[X_1,X_2|\bullet]-$одномерное и двумерное распределения вероятностей при известной оценке реализации, которая при аналоговых измерениях получается непосредственно, а при цифровых измерениях находится после восстановления её по дискретным отсчетам $x_{-nk},...,x_{nr}$.

Оценка двумерного распределения вероятности

$$\langle W_2[X_1;X_2,ф]\rangle=\int_{-\infty}^{X_1}\int_{-\infty}^{X_2}\langle w_2[Z_1;Z_2,ф]\rangle dZ_1dZ_2=\frac{1}{2T-|\tau|}\int_{-T}^{T-|ф|}W_2\left[X_1,X_2\middle|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|ф|)\rangle\right]dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-м)T_0}\sum_{i=-n}^{n-м-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}W_2\left[X_1,X_2\middle|t,t+|ф|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]dt,$$

где м $-$ целая часть частного $|ф|/T_0$.

Математическое ожидание $m_{дW}(X_1;X_2,ф)$ и корреляционная функция $R_{дW}(X_{11};X_{21},\tau_1;X_{12};X_{22},\tau_2)$ её погрешности:

$$m_{\text{д}W}\left(X_1;X_2,\text{ф}\right)=\int_{-\infty}^{X_1}\int_{-\infty}^{X_2} m_{\text{д}w}\left(Z_1;Z_2,\text{ф}\right)dZ_1dZ_2=$$

$$=\frac{1}{2T-|\text{ф}|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{W_2\left[X_1,X_2\middle|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\text{ф}|)\rangle\right]-W_2\left[X_1;X_2,\text{ф}\right]\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{W_2\left[X_1,X_2\middle|t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-W_2\left[X_1;X_2,\text{ф}\right]\right\}dt;$$

$$R_{\text{д}W}\left(X_{11};X_{21},\text{ф}_1;X_{12};X_{22},\text{ф}_2\right)=\int_{-\infty}^{X_{11}}\int_{-\infty}^{X_{21}}\int_{-\infty}^{X_{12}}\int_{-\infty}^{X_{22}}R_{\text{д}w}\left(Z_{11};Z_{21},\text{ф}_1;Z_{12};Z_{22},\text{ф}_2\right)dZ_{11}dZ_{21}dZ_{12}dZ_{22}=$$

$$=\frac{1}{(2T-|\tau_1|)(2T-|\tau_2|)}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_2|}\left\{W_4\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\middle|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\tau_1|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\tau_2|)\rangle\right]-\right.$$

$$\left.-W_2\left[X_{11},X_{21}\middle|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\tau_1|)\rangle\right]W_2\left[X_{12},X_{22}\middle|\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\tau_2|)\rangle\right]\right\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_1)(2n-\text{м}_2)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1}\sum_{u=-n}^{n-\text{м}_2-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\int_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{W_4\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\middle|t_1,t_1+|\tau_1|,t_2,t_2+|\tau_2|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-\right.$$

$$\left.-W_2\left[X_{11},X_{21}\middle|t_1,t_1+|\tau_1|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]W_2\left[X_{12},X_{22}\middle|t_2,t_2+|\tau_2|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]\right\}dt_1dt_2,$$

где $W_4\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\middle|\bullet\right]$ – четырёхмерное распределение вероятностей при известной оценке реализации.

Оценка n-мерного распределения вероятности

$$\left\langle W_n\left[X_1;X_2,\text{ф}_{12};...;X_n,\text{ф}_{1n}\right]\right\rangle=\int_{-\infty}^{X_1}...\int_{-\infty}^{X_n}\left\langle w_n\left[Z_1;Z_2,\text{ф}_{12};...;Z_n,\text{ф}_{1n}\right]\right\rangle dZ_1...dZ_n=$$

$$=\frac{1}{2T-|\text{ф}_{1n}|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_{1n}|}W_n\left[X_1,X_2,...,X_n\middle|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\text{ф}_{12}|)\rangle,...,\langle x(t+|\text{ф}_{1n}|)\rangle\right]dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_{1n})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_{1n}-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}W_n\left[X_1,X_2,...,X_n\middle|t,t+|\text{ф}_{12}|,...,t+|\text{ф}_{1n}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]dt,$$

где $W_n\left[X_1,X_2,...,X_n\middle|\bullet\right]$ – n-мерное условное распределение вероятностей.

Математическое ожидание $m_{\text{д}W}\left(X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n}\right)$ и корреляционная функция $R_{\text{д}W}\left(X_{11};X_{21},\tau_{12\cdot1};...;X_{n1},\tau_{1n\cdot1};X_{12};X_{22},\tau_{12\cdot2};...;X_{n2},\tau_{1n\cdot2}\right)$ её погрешности:

$$m_{\text{д}W}\left(X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n}\right)=\int_{-\infty}^{X_1}...\int_{-\infty}^{X_n}m_{\text{д}w}\left(Z_1;Z_2,\tau_{12};...;Z_n,\tau_{1n}\right)dZ_1...dZ_n=$$

$$=\frac{1}{2T-|\text{ф}_{1n}|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_{1n}|}\left\{\begin{aligned}&W_n\left[X_1,X_2,...,X_n\middle|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\text{ф}_{12}|)\rangle,...,\langle x(t+|\text{ф}_{1n}|)\rangle\right]-\\&\qquad-W_n\left[X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n}\right]\end{aligned}\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_{1n})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_{1n}-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\begin{aligned}&W_n\left[X_1,X_2,...,X_n\middle|t,t+|\text{ф}_{12}|,...,t+|\text{ф}_{1n}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-\\&\qquad-W_n\left[X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n}\right]\end{aligned}\right\}dt;$$

$$R_{\text{д}W}\left(X_{11};X_{21},\tau_{12\cdot1};...;X_{n1},\tau_{1n\cdot1};X_{12};X_{22},\tau_{12\cdot2};...;X_{n2},\tau_{1n\cdot2}\right)=\int\limits_{-\infty}^{X_{11}}...\int\limits_{-\infty}^{X_{n1}}\int\limits_{-\infty}^{X_{12}}...\int\limits_{-\infty}^{X_{n2}}\times$$

$$\times R_{\text{д}w}\left(Z_{11};Z_{21},\tau_{12\cdot1};..;Z_{n1},\tau_{1n\cdot1};Z_{12};Z_{22},\tau_{12\cdot2};..;Z_{n2},\tau_{1n\cdot2}\right)dZ_{11}..dZ_{n1}dZ_{12}..dZ_{n2}=$$

$$=\frac{1}{\left(2T-|\text{ф}_{1n\cdot1}|\right)\left(2T-|\text{ф}_{1n\cdot2}|\right)}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_{n\cdot1}|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_{n\cdot2}|}\Big\{W_{2n}\Big[X_{11},X_{21},...,X_{n1},X_{12},X_{22},...,X_{n2}\Big|$$

$$\Big|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|)\rangle,...,\langle x(t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|)\rangle,...,\langle x(t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|)\rangle\Big]-$$

$$-W_n\Big[X_{11},X_{21},..,X_{n1}\Big|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|)\rangle,..,\langle x(t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|)\rangle\Big]\times$$

$$\times W_n\Big[X_{12},X_{22},..,X_{n2}\Big|\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|)\rangle,..,\langle x(t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|)\rangle\Big]\Big\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_{1n\cdot1})(2n-\mu_{1n\cdot2})T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_{1n\cdot1}-1}\sum_{u=-n}^{n-\mu_{1n\cdot2}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\int\limits_{t_u}^{t_u+T_0}\Big\{W_{2n}\Big[X_{11},X_{21},...,X_{n1},X_{12},X_{22},...,X_{n2}\Big|$$

$$\Big|t_1,t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|,...,t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|,t_2,t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|,...,t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|;x_{-nk},...,x_{nr}\Big]-$$

$$-W_n\Big[X_{11},X_{21},..,X_{n1}\Big|t_1,t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|,t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|;x_{-nk},...,x_{nr}\Big]\times$$

$$\times W_n\Big[X_{12},X_{22},..,X_{n2}\Big|t_2,t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|,t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|;x_{-nk},...,x_{nr}\Big]\Big\}dt_1dt_2,$$

где $W_{2n}\left[X_{11},X_{21},...,X_{n1},X_{12},X_{22},...,X_{n2}\middle|\bullet\right]-2n$-мерное условное распределение вероятностей; $|\tau_{12}|\le|\tau_{13}|\le...\le|\tau_{1n}|$; $\text{м}_{12}\le\text{м}_{13}\le...\le\text{м}_{1n}$

Оценка двумерного взаимного распределения вероятности совместно эргодических процессов

$$\langle W_2[X;Y,\text{ф}]\rangle=\int\limits_{-\infty}^{X}\int\limits_{-\infty}^{Y}\langle w_2[Z;H,\text{ф}]\rangle dZdH=\frac{1}{2T-|\tau|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}W_2\Big[X,Y\Big|\langle x(t)\rangle,\langle y(t+|\text{ф}|)\rangle\Big]dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}W_2\Big[X,Y\Big|t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\Big]dt,$$

где $\langle w_2(Z;H,\text{ф})\rangle$ – оценка двумерной плотности вероятности; $W_2\left[X,Y\middle|\bullet\right]$ – двумерное условное взаимное распределения вероятностей.

Математическое ожидание $m_{\text{д}W}(X;Y,\text{ф})$ и корреляционная функция $R_{\text{д}W}(X_1;Y_2,\tau_1;X_2;Y_2,\tau_2)$ её погрешности:

$$m_{\text{д}W}(X;Y,\text{ф})=\int\limits_{-\infty}^{X}\int\limits_{-\infty}^{Y}m_{\text{д}w}(Z;H,\text{ф})dZdH=$$

$$=\frac{1}{2T-|\text{ф}|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}\Big\{W_2\Big[X,Y\Big|\langle x(t)\rangle,\langle y(t+|\text{ф}|)\rangle\Big]-W_2[X;Y,\text{ф}]\Big\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\Big\{W_2\Big[X,Y\Big|t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr},y_{-ng},...,y_{nq}\Big]-W_2[X;Y,\text{ф}]\Big\}dt;$$

$$R_{\text{д}W}\left(X_1;Y_1,\text{ф}_1;X_2;Y_2,\text{ф}_2\right)=\int\limits_{-\infty}^{X_1}\int\limits_{-\infty}^{Y_1}\int\limits_{-\infty}^{X_2}\int\limits_{-\infty}^{Y_2}R_{\text{д}w}\left(Z_1;H_1,\text{ф}_1;Z_2;H_2,\text{ф}_2\right)dZ_1dH_1dZ_2dH_2=$$

$$=\frac{1}{\left(2T-|\tau_1|\right)\left(2T-|\tau_2|\right)}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_2|}\left\{W_4\left[X_1,Y_1,X_2,Y_2\left|\left\langle x(t_1)\right\rangle,\left\langle y\left(t_1+|\tau_1|\right)\right\rangle,\left\langle x(t_2)\right\rangle,\left\langle y\left(t_2+|\tau_2|\right)\right\rangle\right.\right]-\right.$$

$$\left.-W_2\left[X_1,Y_1\left|\left\langle x(t_1)\right\rangle,\left\langle y\left(t_1+|\tau_1|\right)\right\rangle\right.\right]W_2\left[X_2,Y_2\left|\left\langle x(t_2)\right\rangle,\left\langle y\left(t_2+|\tau_2|\right)\right\rangle\right.\right]\right\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{\left(2n-\text{м}_1\right)\left(2n-\text{м}_2\right)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1}\sum_{u=-n}^{n-\text{м}_2-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\int\limits_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{W_4\left[X_1,Y_1,X_2,Y_2\left|\begin{matrix}t_1,t_1+|\tau_1|,t_2,t_2+|\tau_2|;\\ x_{-nk},\ldots,x_{nr},y_{-ng},\ldots,y_{nq}\end{matrix}\right.\right]-\right.$$

$$\left.-W_2\left[X_1,Y_1\left|\begin{matrix}t_1,t_1+|\tau_1|;\\ x_{-nk},\ldots,x_{nr},y_{-ng},\ldots,y_{nq}\end{matrix}\right.\right]W_2\left[X_2,Y_2\left|\begin{matrix}t_2,t_2+|\tau_2|;\\ x_{-nk},\ldots,x_{nr},y_{-ng},\ldots,y_{nq}\end{matrix}\right.\right]\right\}dt_1dt_2,$$

где $W_2\left[X,Y|\bullet\right]$ и $W_4\left[X_1,Y_1,X_2,Y_2|\bullet\right]-$ двумерное и четырёхмерное условные распределения вероятностей.

Оценка одномерной плотности вероятности

$$\left\langle w_1[X]\right\rangle=\frac{d\left\langle W_1[X]\right\rangle}{dX}=\frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T}w_1\left[X\left|\left\langle x(t)\right\rangle\right.\right]dt=\frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}w_1\left[X|t;x_{-nk},\ldots,x_{nr}\right]dt,$$

математическое ожидание $m_{\text{д}w}(X)$ и корреляционная функция $R_{\text{д}w}\left(X_1,X_2\right)$ её погрешности:

$$m_{\text{д}w}(X)=\frac{dm_{\text{д}W}(X)}{dX}=\frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T}\left\{w_1\left[X\left|\left\langle x(t)\right\rangle\right.\right]-w_1[X]\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{w_1\left[X|t;x_{-nk},\ldots,x_{nr}\right]-w_1[X]\right\}dt;$$

$$R_{\text{д}w}\left(X_1,X_2\right)=\frac{d^2R_{\text{д}W}\left(X_1,X_2\right)}{dX_1dX_2}=\frac{1}{4T^2}\int\limits_{-T}^{T}\int\limits_{-T}^{T}\left\{w_2\left[X_1,X_2\left|\left\langle x(t_1)\right\rangle,\left\langle x(t_2)\right\rangle\right.\right]-\right.$$

$$\left.-w_1\left[X_1\left|\left\langle x(t_1)\right\rangle\right.\right]w_1\left[X_2\left|\left\langle x(t_2)\right\rangle\right.\right]\right\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{4n^2T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-1}\sum_{u=-n}^{n-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\int\limits_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{w_2\left[X_1,X_2|t_1,t_2;x_{-nk},\ldots,x_{nr}\right]-\right.$$

$$\left.-w_1\left[X_1|t_1;x_{-nk},\ldots,x_{nr}\right]w_1\left[X_2|t_2;x_{-nk},\ldots,x_{nr}\right]\right\}dt_1dt_2.$$

где $w_1\left[X|\bullet\right]$ и $w_2\left[X_1,X_2|\bullet\right]-$ одномерное и двумерное условные плотности распределения вероятностей.

Оценка двумерной плотности распределения вероятности

$$\left\langle w_2\left[X_1;X_2,\tau\right]\right\rangle=\frac{d^2\left\langle W_2\left[X_1;X_2,\tau\right]\right\rangle}{dX_1dX_2}=\frac{1}{2T-|\tau|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}w_2\left[X_1,X_2\left|\left\langle x(t)\right\rangle,\left\langle x\left(t+|\tau|\right)\right\rangle\right.\right]dt=$$

$$=\frac{1}{\left(2n-\text{м}\right)T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}w_2\left[X_1,X_2|t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},\ldots,x_{nr}\right]dt.$$

Математическое ожидание $m_{дw}(X_1;X_2,\text{ф})$ и корреляционная функция $R_{дw}(X_{11};X_{21},\tau_1;X_{12};X_{22},\tau_2)$ её погрешности:

$$m_{дw}(X_1;X_2,\tau)=\frac{d^2 m_{дW}(X_1;X_2,\tau)}{dX_1 dX_2}=\frac{1}{2T-|\tau|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{w_2\left[X_1,X_2\left|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\tau|)\rangle\right.\right]-w_2[X_1;X_2,\tau]\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{w_2\left[X_1,X_2\left|t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right.\right]-w_2[X_1;X_2,\text{ф}]\right\}dt;$$

$$R_{дw}(X_{11};X_{21},\tau_1;X_{12};X_{22},\tau_2)=\frac{d^4 R_{ДW}(X_{11};X_{21},\tau_1;X_{12};X_{22},\tau_2)}{dX_{11}dX_{21}dX_{12}dX_{22}}=$$

$$=\frac{1}{(2T-|\tau_1|)(2T-|\tau_2|)}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_2|}\left\{w_4\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\tau_1|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\tau_2|)\rangle\right.\right]-\right.$$

$$\left.-w_2\left[X_{11},X_{21}\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\tau_1|)\rangle\right.\right]w_2\left[X_{12},X_{22}\left|\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\tau_2|)\rangle\right.\right]\right\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_1)(2n-\text{м}_2)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1}\sum_{u=-n}^{n-\text{м}_2-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\int\limits_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{w_4\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\left|t_1,t_1+|\tau_1|,t_2,t_2+|\tau_2|;x_{-nk},...,x_{nr}\right.\right]-\right.$$

$$\left.-w_2\left[X_{11},X_{21}\left|t_1,t_1+|\tau_1|;x_{-nk},...,x_{nr}\right.\right]w_2\left[X_{12},X_{22}\left|t_2,t_2+|\tau_2|;x_{-nk},...,x_{nr}\right.\right]\right\}dt_1dt_2,$$

где $w_4\left[X_{11},X_{21},X_{12},X_{22}\left|\bullet\right.\right]-$четырёхмерная условная плотность распределения вероятностей.

Оценка n-мерной плотности распределения вероятности, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle w_n[X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n}]\rangle=\frac{d^n\langle W_1[X_1;X_2,\text{ф}_{12};...;X_n,\tau_{1n}]\rangle}{dX_1...dX_n}=$$

$$=\frac{1}{2T-|\tau_{1n}|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_{1n}|}w_n\left[X_1,X_2,...,X_n\left|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\tau_{12}|)\rangle,...,\langle x(t+|\tau_{1n}|)\rangle\right.\right]dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_{1n})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_{1n}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}w_n\left[X_1,X_2,...,X_n\left|t,t+|\text{ф}_{12}|,...,t+|\text{ф}_{1n}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right.\right]dt;$$

$$m_{дw}(X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n})=\frac{d^n m_{ДW}(X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n})}{dX_1...dX_n}=$$

$$=\frac{1}{2T-|\tau_{1n}|}\int\limits_{-T}^{T-|\text{ф}_{1n}|}\left\{\begin{array}{r}w_n\left[X_1,X_2,...,X_n\left|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\tau_{12}|)\rangle,...,\langle x(t+|\tau_{1n}|)\rangle\right.\right]-\\-w_n[X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n}]\end{array}\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_{1n})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_{1n}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\begin{array}{r}w_n\left[X_1,X_2,...,X_n\left|t,t+|\text{ф}_{12}|,...,t+|\text{ф}_{1n}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right.\right]-\\-w_n[X_1;X_2,\tau_{12};...;X_n,\tau_{1n}]\end{array}\right\}dt;$$

$$R_{дw}\left(X_{11};X_{21},\text{ф}_{12\cdot1};.;X_{n1},\text{ф}_{1n\cdot1};X_{12};X_{22},\text{ф}_{12\cdot2};.;X_{n2},\text{ф}_{1n\cdot2}\right)=\frac{d^{2n}R_{дW}\left(X_{11};X_{21},\text{ф}_{12\cdot1};.;X_{n1},\text{ф}_{1n\cdot1};X_{12};X_{22},\text{ф}_{12\cdot2};.;X_{n2},\text{ф}_{1n\cdot2}\right)}{dX_{11}..dX_{n1}dX_{12}..dX_{n2}}=$$

$$=\frac{1}{\left(2T-|\text{ф}_{1n\cdot1}|\right)\left(2T-|\text{ф}_{1n\cdot2}|\right)}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_{1n\cdot1}|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_{1n\cdot2}|}\left\{w_{2n}\left[X_{11},X_{21},.,X_{n1},X_{12},X_{22},.,X_{n2}\right|\right.$$

$$\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|)\rangle,.,\langle x(t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|)\rangle,.,\langle x(t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|)\rangle\right]-$$

$$\left.-w_n\left[X_{11},X_{21},.,X_{n1}\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|)\rangle,.,\langle x(t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|)\rangle\right]\right.w_n\left[X_{12},X_{22},.,X_{n2}\left|\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|)\rangle,.,\langle x(t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|)\rangle\right]\right\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{\left(2n-\text{м}_{1n\cdot1}\right)\left(2n-\mu_{1n\cdot2}\right)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_{1n\cdot1}-1}\sum_{u=-n}^{n-\mu_{1n\cdot2}-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\int_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{w_{2n}\left[X_{11},X_{21},...,X_{n1},X_{12},X_{22},...,X_{n2}\right|\right.$$

$$\left|t_1,t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|,...,t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|,t_2,t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|,...,t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-$$

$$\left.-w_n\left[X_{11},X_{21},.,X_{n1}\left|t_1,t_1+|\text{ф}_{12\cdot1}|,t_1+|\text{ф}_{1n\cdot1}|;x_{-nk},.,x_{nr}\right]\right.w_n\left[X_{12},X_{22},.,X_{n2}\left|t_2,t_2+|\text{ф}_{12\cdot2}|,t_2+|\text{ф}_{1n\cdot2}|;x_{-nk},.,x_{nr}\right]\right\}dt_1dt_2,$$

где $w_n\left[X_1,X_2,.,X_n|\bullet\right]$ и $w_{2n}\left[X_{11},X_{21},.,X_{n1},X_{12},X_{22},.,X_{n2}|\bullet\right]$– n-мерная и $2n$-мерная условные плотности распределения вероятности; $|\text{ф}_{12}|\le|\text{ф}_{13}|\le.\le|\text{ф}_{1n}|$; $\text{м}_{12}\le\text{м}_{13}\le.\le\text{м}_{1n}$.

Оценка двумерной взаимной плотности распределения вероятности совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle w_2[X;Y,\text{ф}]\rangle=\frac{d^2\langle W_1[X_1;Y,\text{ф}]\rangle}{dXdY}=\frac{1}{2T-|\text{ф}|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}|}w_2\left[X,Y\left|\langle x(t)\rangle,\langle y(t+|\text{ф}|)\rangle\right]\right.dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}w_2\left[X,Y\left|t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},.,x_{nr},y_{-ng},.,y_{nq}\right]\right.dt;$$

$$m_{дw}(X;Y,\text{ф})=\frac{d^2m_{дW}(X;Y,\text{ф})}{dXdY}=\frac{1}{2T-|\text{ф}|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}|}\left\{w_2\left[X,Y\left|\langle x(t)\rangle,\langle y(t+|\text{ф}|)\rangle\right]\right.-w_2[X;Y,\text{ф}]\right\}dt=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{w_2\left[X,Y\left|t,t+|\text{ф}|;x_{-nk},.,x_{nr},y_{-ng},.,y_{nq}\right]\right.-w_2[X;Y,\text{ф}]\right\}dt;$$

$$R_{дw}(X_1;Y_1,\text{ф}_1;X_2;Y_2,\text{ф}_2)=\frac{d^4R_{дW}(X_1;Y_1,\text{ф}_1;X_2;Y_2,\text{ф}_2)}{dX_1dY_1dX_2dY_2}=\frac{1}{\left(2T-|\text{ф}_1|\right)\left(2T-|\text{ф}_2|\right)}\times$$

$$\times\int_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_2|}\left\{w_4\left[X_1,Y_1,X_2,Y_2\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle y(t_1+|\text{ф}_1|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle y(t_2+|\text{ф}_2|)\rangle\right]\right.-\right.$$

$$\left.-w_2\left[X_1,Y_1\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle y(t_1+|\text{ф}_1|)\rangle\right]\right.w_2\left[X_2,Y_2\left|\langle x(t_2)\rangle,\langle y(t_2+|\text{ф}_2|)\rangle\right]\right.\right\}dt_1dt_2=$$

$$=\frac{1}{(2n-\text{м}_1)(2n-\text{м}_2)T_0^2}\sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1}\sum_{u=-n}^{n-\text{м}_2-1}\int_{t_i}^{t_i+T_0}\int_{t_u}^{t_u+T_0}\left\{w_4\left[X_1,Y_1,X_2,Y_2\left|t_1,t_1+|\tau_1|,t_2,t_2+|\tau_2|;x_{-nk},.,x_{nr},y_{-ng},.,y_{nq}\right]\right.-\right.$$

$$\left.-w_2\left[X_1,Y_1\left|t_1,t_1+|\tau_1|;x_{-nk},.,x_{nr},y_{-ng},.,y_{nq}\right]\right.w_2\left[X_2,Y_2\left|t_2,t_2+|\tau_2|;x_{-nk},.,x_{nr},y_{-ng},.,y_{nq}\right]\right.\right\}dt_1dt_2,$$

где $w_2[X,Y|\bullet]$ и $w_4[X_1,Y_1,X_2,Y_2|\bullet]$– условные плотности вероятностей.

Оценка одномерной характеристической функции и характеристики её погрешности соответственно:

$$\langle \theta_1[j\nu]\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\langle w_1[X]\rangle e^{j\nu X}dX = \frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T}\theta_1\left[j\nu\middle|\langle x(t)\rangle\right]dt = \frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\theta_1\left[j\nu\middle|t;x_{-nk},..,x_{nr}\right]dt;$$

$$m_{\text{ди}}(j\nu) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} m_{\text{дw}}(X)e^{j\nu X}dX = \frac{1}{2T}\int\limits_{-T}^{T}\left\{\theta_1\left[j\nu\middle|\langle x(t)\rangle\right]-\theta_1[j\nu]\right\}dt = \frac{1}{2nT_0}\sum_{i=-n}^{n-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\theta_1\left[j\nu\middle|t;x_{-nk},...,x_{nr}\right]-\theta_1[j\nu]\right\}dt$$

$$R_{\text{ди}}(j\nu_1, j\nu_2) = \int\int\limits_{-\infty}^{\infty} R_{\text{дw}}(X_1, X_2)e^{j(\nu_1 X_1+\nu_2 X_2)}dX_1 dX_2 =$$

$$= \frac{1}{4T^2}\int\int\limits_{-T}^{T}\left\{\theta_2\left[j\nu_1, j\nu_2\middle|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_2)\rangle\right]-\theta_1\left[j\nu_1\middle|\langle x(t_1)\rangle\right]\theta_1\left[j\nu_2\middle|\langle x(t_2)\rangle\right]\right\}dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{4n^2T_0^2}\int\int\limits_{-T}^{T}\left\{\theta_2\left[j\nu_1, j\nu_2\middle|t_1,t_2;x_{-nk},..,x_{nr}\right]-\theta_1\left[j\nu_1\middle|t_1;x_{-nk},..,x_{nr}\right]\theta_1\left[j\nu_2\middle|t_2;x_{-nk},..,x_{nr}\right]\right\}dt_1 dt_2.$$

где $\theta_1[j\nu|\bullet]$ и $\theta_2[j\nu_1, j\nu_2|\bullet]$ – условные характеристические функции.

Оценка n-мерной характеристической функции, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle \theta_n[j\nu_1; j\nu_2,\tau_{12};.;j\nu_n,\tau_{1n}]\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}.\int\limits_{-\infty}^{\infty}\langle w_n[X_1;X_2,\tau_{12};.;X_n,\tau_{1n}]\rangle e^{j(\nu_1X_1+\nu_2X_2+.+\nu_nX_n)}dX_1.dX_n =$$

$$= \frac{1}{2T-|\tau_{1n}|}\int\limits_{-T}^{T-|\tau_{1n}|}\theta_n\left[j\nu_1, j\nu_2,., j\nu_n\middle|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\tau_{12}|)\rangle,.,\langle x(t+|\tau_{1n}|)\rangle\right]dt =$$

$$= \frac{1}{(2n-\mu_{1n})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\theta_n\left[j\nu_1, j\nu_2,., j\nu_n\middle|t,t+|\tau_{12}|,.,t+|\tau_{1n}|;x_{-nk},.,x_{nr}\right]dt;$$

$$m_{\text{ди}}(j\nu_1; j\nu_2,\tau_{12};.;j\nu_n,\tau_{1n}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}.\int\limits_{-\infty}^{\infty} m_{\text{дw}}(X_1;X_2,\tau_{12};.;X_n,\tau_{1n})e^{j(\nu_1X_1+\nu_2X_2+.+\nu_nX_n)}dX_1.dX_n =$$

$$= \frac{1}{2T-|\tau_{1n}|}\int\limits_{-T}^{T-|\tau_{1n}|}\left\{\theta_n\left[j\nu_1, j\nu_2,.., j\nu_n\middle|\langle x(t)\rangle,\langle x(t+|\tau_{12}|)\rangle,.,\langle x(t+|\tau_{1n}|)\rangle\right]-\theta_n[j\nu_1; j\nu_2,\tau_{12};.;j\nu_n,\tau_{1n}]\right\}dt =$$

$$= \frac{1}{(2n-\mu_{1n})T_0}\sum_{i=-n}^{n-\mu_{1n}-1}\int\limits_{t_i}^{t_i+T_0}\left\{\theta_n\left[j\nu_1, j\nu_2,., j\nu_n\middle|t,t+|\tau_{12}|,.,t+|\tau_{1n}|;x_{-nk},.,x_{nr}\right]-\theta_n[j\nu_1; j\nu_2,\tau_{12};.;j\nu_n,\tau_{1n}]\right\}dt;$$

$$R_{\text{ди}}(j\nu_{11}; j\nu_{21},\tau_{12\cdot1};...;j\nu_{n1},\tau_{1n\cdot1}; j\nu_{12}; j\nu_{22},\tau_{12\cdot2};...;j\nu_{n2},\tau_{1n\cdot2}) =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty}...\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}...\int\limits_{-\infty}^{\infty} R_{\text{дw}}(X_{11};X_{21},\tau_{12\cdot1};...;X_{n1},\tau_{1n\cdot1};X_{12};X_{22},\tau_{12\cdot2};...;X_{n2},\tau_{1n\cdot2})\times$$

$$\times e^{j(\nu_{11}X_{11}+\nu_{21}X_{21}+\dots+\nu_{n1}X_{n1}+\nu_{12}X_{12}+\nu_{22}X_{22}+\dots+\nu_{n2}X_{n2})}dX_{11}...dX_{n1}dX_{12}...dX_{n2} =$$

$$= \frac{1}{(2T-|\tau_{1n\cdot1}|)(2T-|\tau_{1n\cdot2}|)}\int\limits_{-T}^{T-|\tau_{1n\cdot1}|}\int\limits_{-T}^{T-|\tau_{1n\cdot2}|}\left\{\theta_{2n}\left[j\nu_{11}, j\nu_{21},..., j\nu_{n1}, j\nu_{12}, j\nu_{22},..., j\nu_{n2}\right|\right.$$

$$\left|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\tau_{12\cdot1}|)\rangle,...,\langle x(t_1+|\tau_{1n\cdot1}|)\rangle,\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\tau_{12\cdot2}|)\rangle,...,\langle x(t_2+|\tau_{1n\cdot2}|)\rangle\right]-$$

$$-\theta_n\left[j\nu_{11}, j\nu_{21},..., j\nu_{n1}\middle|\langle x(t_1)\rangle,\langle x(t_1+|\tau_{12\cdot1}|)\rangle,...,\langle x(t_1+|\tau_{1n\cdot1}|)\rangle\right]\times$$

$$\left.\times\theta_n\left[j\nu_{12}, j\nu_{22},..., j\nu_{n2}\middle|\langle x(t_2)\rangle,\langle x(t_2+|\tau_{12\cdot2}|)\rangle,...,\langle x(t_2+|\tau_{1n\cdot2}|)\rangle\right]\right\}dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м}_{1n\cdot 1})(2n-\text{м}_{1n\cdot 2})T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-\text{м}_{1n\cdot 1}-1} \sum_{u=-n}^{n-\text{м}_{1n\cdot 2}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \Big\{ \text{и}_{2n}\Big[j\text{н}_{11}, j\text{н}_{21},.., j\text{н}_{n1}, j\text{н}_{12}, j\text{н}_{22},.., j\text{н}_{n2} \Big| t_1, t_1+|\text{ф}_{12\cdot 1}|,.., t_1+|\text{ф}_{1n\cdot 1}|, t_2, t_2+|\text{ф}_{12\cdot 2}|,.., t_2+|\text{ф}_{1n\cdot 2}|; x_{-nk},.., x_{nr} \Big] -$$

$$- \text{и}_n\Big[j\text{н}_{11}, j\,\text{н}_{21},.., j\text{н}_{n1} \Big| t_1, t_1+|\text{ф}_{12\cdot 1}|,.., t_1+|\text{ф}_{1n\cdot 1}|; x_{-nk},.., x_{nr} \Big] \text{и}_n\Big[j\text{н}_{12}, j\text{н}_{22},.., j\text{н}_{n2} \Big| t_2, t_2+|\text{ф}_{12\cdot 2}|,.., t_2+|\text{ф}_{1n\cdot 2}|; x_{-nk},.., x_{nr} \Big] \Big\} dt_1 dt_2,$$

где $\theta_n\left[j\text{н}_{11}, j\nu_{21},..., j\nu_{n1} \middle| \bullet\right]$ и $\theta_{2n}\left[j\text{н}_{11}, j\nu_{21},..., j\nu_{n1}, j\text{н}_{12}, j\nu_{22},..., j\nu_{n2} \middle| \bullet\right]$ – n-мерные и $2n$-мерные условные характеристические функции.

Оценка двумерной взаимной характеристической функции совместно эргодических процессов, математическое ожидание и корреляционная функция её погрешности:

$$\langle \text{и}_2[j\text{н}; j\text{з}, \text{ф}] \rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \langle w_2[X;Y,\text{ф}] \rangle e^{j(\text{н}X+\text{з}Y)} dXdY = \frac{1}{2T-|\text{ф}|} \int_{-T}^{T-|\text{ф}|} \text{и}_2\Big[j\text{н}, j\text{з} \Big| \langle x(t) \rangle, \langle y(t+|\text{ф}|) \rangle \Big] dt =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м})T_0} \sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \text{и}_2\Big[j\text{н}, j\text{з} \Big| t, t+|\text{ф}|; x_{-nk},.., x_{nr}, y_{-ng},.., y_{nq} \Big] dt;$$

$$m_{\text{ди}}(j\text{н}; j\text{з}, \text{ф}) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} m_{\text{д}w}(X;Y,\text{ф}) e^{j(\text{н}X+\text{з}Y)} dXdY = \frac{1}{2T-|\text{ф}|} \int_{-T}^{T-|\text{ф}|} \Big\{ \text{и}_2\Big[j\text{н}, j\text{з} \Big| \langle x(t) \rangle, \langle y(t+|\text{ф}|) \rangle \Big] - \text{и}_2[j\text{н}, j\text{з}, \text{ф}] \Big\} dt =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м})T_0} \sum_{i=-n}^{n-\text{м}-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \Big\{ \text{и}_2\Big[j\text{н}, j\text{з} \Big| t, t+|\text{ф}|; x_{-nk},.., x_{nr}, y_{-ng},.., y_{nq} \Big] - \text{и}_2[j\text{н}, j\text{з}, \text{ф}] \Big\} dt;$$

$$R_{\text{ди}}(j\text{н}_1; j\text{з}_1, \text{ф}_1; j\text{н}_2; j\text{з}_2, \text{ф}_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} R_{\delta w}(X_1;Y_1,\text{ф}_1;X_2;Y_2,\text{ф}_2) e^{j(\text{н}_1 X_1+\text{з}_1 Y_1+\text{н}_2 X_2+\text{з}_2 Y_2)} dX_1 dY_1 dX_2 dY_2 =$$

$$= \frac{1}{(2T-|\text{ф}_1|)(2T-|\text{ф}_2|)} \int_{-T}^{T-|\text{ф}_1|}\int_{-T}^{T-|\text{ф}_2|} \Big\{ \text{и}_4\Big[j\text{н}_1, j\text{з}_1, j\text{н}_2, j\text{з}_2 \Big| \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1+|\text{ф}_1|) \rangle, \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2+|\text{ф}_2|) \rangle \Big] -$$

$$- \text{и}_2\Big[j\text{н}_1, j\text{з}_1 \Big| \langle x(t_1) \rangle, \langle y(t_1+|\text{ф}_1|) \rangle \Big] \text{и}_2\Big[j\text{н}_2, j\text{з}_2 \Big| \langle x(t_2) \rangle, \langle y(t_2+|\text{ф}_2|) \rangle \Big] \Big\} dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{1}{(2n-\text{м}_1)(2n-\text{м}_2)T_0^2} \sum_{i=-n}^{n-\text{м}_1-1} \sum_{u=-n}^{n-\text{м}_2-1} \int_{t_i}^{t_i+T_0} \int_{t_u}^{t_u+T_0} \Big\{ \text{и}_4\Big[j\text{н}_1, j\text{з}_1, j\text{н}_2, j\eta_2 \Big| t_1, t_1+|\text{ф}_1|, t_2, t_2+|\text{ф}_2|; x_{-nk},..x_{nr}, y_{-ng},.., y_{nq} \Big] -$$

$$- \text{и}_2\Big[j\text{н}_1, j\text{з}_1 \Big| t_1, t_1+|\tau_1|; x_{-nk},.., x_{nr}, y_{-ng},.., y_{nq} \Big] \text{и}_2\Big[j\text{н}_2, j\text{з}_2 \Big| t_2, t_2+|\tau_2|; x_{-nk},.., x_{nr}, y_{-ng},.., y_{nq} \Big] \Big\} dt_1 dt_2.$$

Приведенные алгоритмы и характеристики погрешностей измерений распределений и характеристических функций реализуют введенные определения параметров эргодических случайных процессов. Комплексный подход к определению погрешностей аналоговых и цифровых измерений позволяет избежать суммирования элементарных погрешностей, которое нельзя выполнить корректно.

Литература

1. Заико А.И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик // Вестник УГАТУ.–2012.–№ 6(51) .–С. 74–85.

2. Заико А.И. Характеристики эргодических случайных процессов / Труды междунар. НТК «Перспективные технологии (ПИТ 2013)».–Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2013.– С. 50–53.

3. Заико А.И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие.–М.: Изд-во МАИ, 2006.– 297 с.

4. Заико А.И. Комплексный подход к определению погрешностей / А.И. Заико // Датчики и системы (ИКА).–2007.–№ 8 (99). – С. 52–59.

А.И. Замалютдинов, Л.Р. Габдрахманова

АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА, ПОЛУЧЕННОГО ЗОЛЬ-ГЕЛЬ МЕТОДОМ

(Институт технической кибернетики и информатики
Казанский национально исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ)

Предложена методика обработки изображения коллоидной пленки кремнезема (рис. 1) в программном пакете Image-ProPlus.

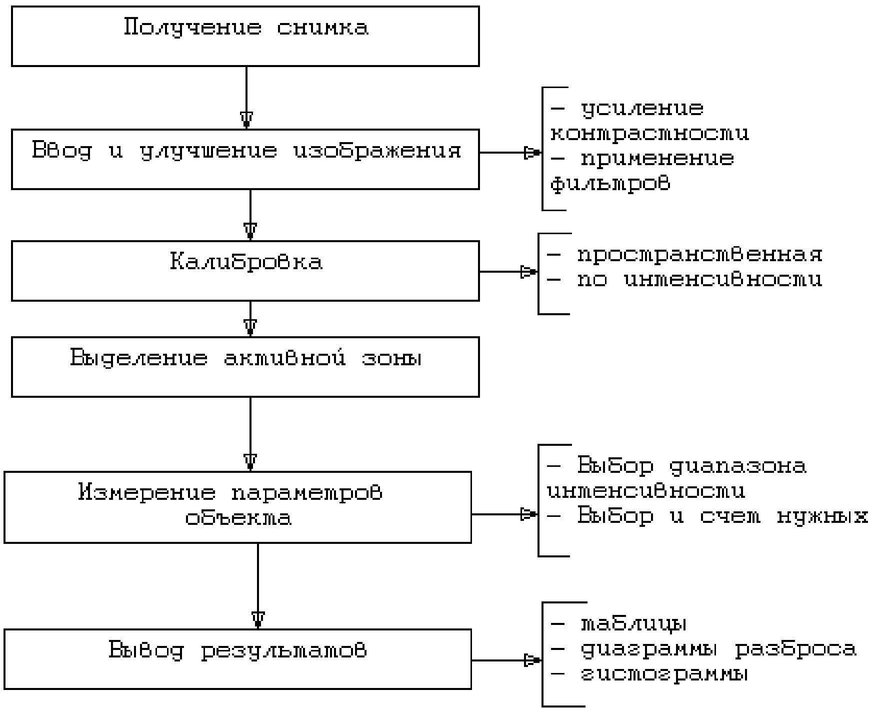

Рис. 1. Методика обработки изображения.

Исходными материалами являются цифровые снимки, полученные с помощью микроскопа QX5. Введенное изображение при необходимости можно улучшить при помощи фильтров (фильтры усиления, граничные, морфологические, специальные) [1]. После подготовки изображения и калибровки программы выбираем активную область, где будем производить измерения. Основные этапы подсчета заключаются в следующем: